

COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JUIN 1842.

PRÉSIDENTE DE M. PONCELET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** annonce la perte douloureuse que vient de faire l'Académie dans la personne d'un de ses membres, M. **DOUBLE**, décédé le 12 mai au soir, après une courte maladie.

CALCUL INTÉGRAL. — *Addition aux deux Notes sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

« Il ne sera pas sans intérêt de comparer les résultats obtenus dans ces deux Notes avec ceux qu'ont trouvés MM. Jacobi et Binet, ainsi qu'avec ceux que j'avais trouvés moi-même dès l'année 1819, dans le *Bulletin de la Société philomatique* (janvier et février).

» Étant donnée une équation aux dérivées partielles du premier ordre, à un nombre quelconque des variables indépendantes, on peut toujours déduire l'intégrale générale d'une quelconque des intégrales particulières,

que Lagrange appelle *solutions complètes*, et qui renferment autant de constantes arbitraires qu'il y a de variables indépendantes. Par suite, on peut se proposer, ou de trouver directement l'intégrale générale, ou de trouver directement une solution complète quelconque, ou enfin de trouver directement une certaine solution qui mérite d'être remarquée, et qui renferme seulement les constantes arbitraires propres à représenter les valeurs initiales correspondantes que l'on attribue aux variables indépendantes dans l'intégration du système d'équations différentielles substitué à l'équation proposée. Le premier problème a été complètement résolu dans mon Mémoire de 1819, le second dans une Note du 23 mai dernier; le troisième dans un Mémoire de M. Jacobi, que renferme le tome III^e du Journal de M. Liouville; puis dans la Note présentée à l'Académie le 3 mai par M. Binet. La solution complète dont MM. Jacobi et Binet se sont spécialement occupés est aussi celle que, dans la séance du 30 mai, j'ai déduite de la méthode exposée dans la séance précédente, et caractérisée par quelques propriétés importantes. Il y a plus, dès 1819 j'avais déjà constaté l'existence de cette solution complète dans les cas particuliers que j'avais choisis pour exemple, et j'avais donné, dans le Bulletin cité, page 18, certaines formules à l'aide desquelles on peut établir généralement cette existence, comme l'a observé M. Jacobi. J'ajouterai que les formules dont il s'agit, ou plutôt celle qui en dérive, et que M. Binet a déduite du calcul des variations, peuvent conduire elles-mêmes aux résultats que j'avais obtenus dans le *Bulletin de la Société philomatique* et dans la première des deux Notes ci-dessus rappelées.

Analyse.

» Intégrer l'équation aux dérivées partielles

$$(1) \quad F(x, y, z, \dots, t, \varpi, p, q, r, \dots, s) = 0,$$

dans laquelle

$$(2) \quad p = D_x \varpi, \quad q = D_y \varpi, \quad r = D_z \varpi, \dots, \quad s = D_t \varpi,$$

c'est trouver pour

$$\varpi, p, q, r, \dots, s$$

des fonctions de

$$x, y, z, \dots, t,$$

qui vérifient simultanément la formule (1) et l'équation

$$(3) \quad d\varpi = p dx + q dy + r dz + \dots + s dt.$$

Lorsque les n variables x, y, z, \dots, t , restent indépendantes entre elles, l'équation (3) doit être vérifiée, quelles que soient leurs valeurs. Donc elle doit être vérifiée quand toutes ces valeurs, à l'exception d'une seule, deviennent constantes, c'est-à-dire qu'alors l'équation (3) entraîne les formules (2).

» Supposons maintenant que les $n - 1$ variables

$$x, y, z, \dots,$$

deviennent fonctions de t et de constantes arbitraires. Les valeurs de

$$\varpi, p, q, r, \dots, s,$$

qui vérifient les formules (1) et (3), pourront elles-mêmes être considérées comme des fonctions de t et des constantes arbitraires dont il s'agit. Désignons, dans cette hypothèse, à l'aide de la caractéristique δ , une différentiation relative à une ou à plusieurs de ces constantes arbitraires, devenues variables, mais variant indépendamment de t . On tirera de l'équation (3)

$$d\delta\varpi = p\delta dx + q\delta dy + \dots + dx\delta p + dy\delta q + \dots + dt\delta s,$$

ou, ce qui revient au même,

$$d(\delta\varpi - p\delta x - q\delta y - \dots) = dx\delta p + dy\delta q + \dots + dt\delta s \\ - dp\delta x - dq\delta y - \dots$$

Or cette dernière équation se réduira simplement à une équation différentielle linéaire de la forme

$$(4) \quad d(\delta\varpi - p\delta x - q\delta y - r\delta z - \dots) = \theta(\delta\varpi - p\delta x - q\delta y - r\delta z - \dots) dt,$$

si l'on choisit le facteur θ de manière à vérifier la condition

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} &(\theta p dt - dp) \delta x + (\theta q dt - dq) \delta y + (\theta r dt - dr) \delta z + \dots - \theta dt \delta \varpi \\ &+ dx \delta p + dy \delta q + dz \delta r + \dots + dt \delta s = 0. \end{aligned} \right.$$

D'ailleurs, si l'on nomme

$$X, Y, Z, \dots, T, \Pi, P, Q, R, \dots, S$$

les dérivées partielles de la fonction

$$F(x, y, z, \dots, t, \varpi, p, q, r, \dots, s)$$

prises par rapport aux quantités

$$x, y, z, \dots, t, \varpi, p, q, r, \dots, s,$$

on tirera de l'équation (1), différenciée par rapport aux constantes arbitraires,

$$(6) \quad \begin{cases} X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + \dots + \Pi\delta\varpi \\ + P\delta p + Q\delta q + R\delta r + \dots + S\delta s = 0; \end{cases}$$

et par suite, pour vérifier l'équation (5), il suffira d'assujettir

$$\theta, x, y, z, \dots, \varpi, p, q, r, \dots, s,$$

considérée comme fonctions de t , à vérifier la condition

$$(7) \quad \begin{cases} \frac{\theta p dt - dp}{X} = \frac{\theta q dt - dq}{Y} = \frac{\theta r dt - dr}{Z} = \dots = \frac{-\theta dt}{\Pi} \\ = \frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R} = \dots = \frac{dt}{S}. \end{cases}$$

Or on tire de la formule (7)

$$(8) \quad \theta = -\frac{\Pi}{S},$$

puis de cette même formule, combinée avec l'équation (3),

$$(9) \quad \begin{cases} \frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R} = \dots = \frac{dt}{S} = \frac{d\varpi}{Pp + Qq + Rr + \dots + Ss} \\ = \frac{dp}{-(X + p\Pi)} = \frac{dq}{-(Y + q\Pi)} = \frac{dr}{-(Z + r\Pi)} = \dots \end{cases}$$

Pour passer immédiatement de la formule (7) à la formule (9), il suffit d'observer que des fractions égales entre elles sont encore égales à celle

qu'on obtient quand on divise la somme des numérateurs de quelques-unes de ces fractions par la somme de leurs dénominateurs, et qu'on peut même, dans ces deux sommes, substituer aux deux termes de chaque fraction le produit de ces deux termes par un facteur arbitrairement choisi.

» Concevons à présent que, s étant éliminé de la formule (9) à l'aide de l'équation (1), on intègre les $2n - 1$ équations différentielles que comprend la formule (9). Leurs intégrales générales renfermeront $2n - 1$ constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \varphi, \chi, \psi, \dots$$

qui pourront être censées représenter des valeurs particulières des variables

$$x, y, z, \dots, t, p, q, r, \dots$$

correspondantes à une valeur donnée τ de la variable t ; et ces intégrales elles-mêmes pourront être présentées sous les formes

$$(10) \quad \begin{cases} x = \xi, & y = \eta, & z = \zeta, \dots, \Omega = \omega, \\ \mathfrak{P} = \varphi, & \mathfrak{Q} = \chi, & \mathfrak{R} = \psi, \dots, \end{cases}$$

les lettres

$$\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}, \dots, \Omega, \mathfrak{P}, \mathfrak{Q}, \mathfrak{R}, \dots$$

désignant des fonctions déterminées de $x, y, z, \dots, t, \varpi, p, q, r, \dots$, qui ne renfermeront aucune des constantes arbitraires, et qui se réduiront respectivement à

$$x, y, z, \dots, \varpi, p, q, r, \dots,$$

pour la valeur τ de t , en sorte qu'on aura, pour $t = \tau$,

$$(11) \quad \begin{cases} x = \xi, & y = \eta, & z = \zeta, \dots, & \varpi = \omega, \\ p = \varphi, & q = \chi, & r = \psi, \dots \end{cases}$$

» Lorsque

$$\theta, x, y, z, \dots, \varpi, p, q, r, \dots,$$

sont déterminés, en fonctions de t et des constantes arbitraires, par les

formules (8) et (10) ; alors en posant, pour abréger,

$$(12) \quad \Theta = e^{\int_{\tau}^t \theta dt},$$

et intégrant la formule (4) considérée comme une équation différentielle linéaire, on obtient, entre la valeur générale du polynome

$$\delta \omega - p \delta x - q \delta y - r \delta z \dots,$$

et sa valeur initiale

$$\delta \omega - \phi \delta \xi - \chi \delta \eta - \psi \delta \zeta \dots,$$

correspondante à $t = \tau$ une relation exprimée par la formule

$$(13) \quad \delta \omega - p \delta x - q \delta y - r \delta z - \dots = \Theta (\delta \omega - \phi \delta \xi - \chi \delta \eta - \psi \delta \zeta \dots).$$

» Jusqu'ici nous avons supposé que, dans les formules (10), les constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots,$$

restaient indépendantes les unes des autres. Supposons maintenant qu'elles se trouvent assujetties à vérifier certaines équations de condition

$$(14) \quad \lambda = 0, \quad \mu = 0, \quad \nu = 0, \text{ etc.},$$

dont les premiers membres

$$\lambda, \mu, \nu, \dots$$

représentent des fonctions données de

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

Si ces équations de condition sont telles que l'on ait

$$(15) \quad \delta \omega = \phi \delta \xi + \chi \delta \eta + \psi \delta \zeta + \dots,$$

la formule (13) donnera généralement

$$(16) \quad \delta \omega = p \delta x + q \delta y + r \delta z + \dots;$$

en d'autres termes, pour que la différence

$$\delta\omega - p\delta x - q\delta y - r\delta z - \dots$$

s'évanouisse, il suffira généralement que la différence

$$\delta\omega - \phi\delta\xi - \chi\delta\eta - \psi\delta\zeta - \dots$$

se réduise à zéro. Observons d'ailleurs que, chacune des équations (14) étant de la forme

$$f(\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots) = 0,$$

si l'on en élimine les constantes arbitraires à l'aide des formules (10), on obtiendra une autre équation de la forme

$$f(x, y, z, \dots, \Omega, \mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}, \dots) = 0,$$

qui établira une relation entre les quantités variables

$$x, y, z, \dots, t, \omega, p, q, r, \dots$$

» Concevons à présent que les équations de condition, c'est-à-dire les formules (14), soient en nombre égal à n . Si l'on en élimine

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots,$$

à l'aide des formules (10), elles se transformeront en n autres équations

$$(17) \quad \mathcal{L} = 0, \quad \mathcal{M} = 0, \quad \mathcal{N} = 0, \dots,$$

qui ne renfermeront plus que

$$x, y, z, \dots, t, \omega, p, q, r, \dots,$$

et pourront servir à déterminer

$$\omega, p, q, r, \dots$$

en fonction de

$$x, y, z, \dots, t.$$

Voyons maintenant dans quels cas les valeurs de

$$\varpi, p, q, r, \dots,$$

ainsi obtenues, et la valeur correspondante de s tirée de l'équation (1), vérifieront la formule (3).

» Pour que les valeurs de

$$x, y, z, \dots, \varpi, p, q, r, \dots, s,$$

tirées des formules (1) et (10), et représentées par des fonctions déterminées de

$$t, \xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

deviennent propres à vérifier les équations (17), il suffit que, dans ces valeurs, les constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

cessant d'être indépendantes les unes des autres et de la variable t , soient assujetties à vérifier les conditions (14). Mais alors la valeur du polynome

$$d\varpi - p dx - q dy - r dz - \dots - s dt,$$

qui était nulle, en vertu de l'équation (3), se trouvera augmentée de la quantité

$$\delta\varpi - p\delta x - q\delta y - r\delta z - \dots,$$

le signe δ indiquant une différentiation relative au système entier des constantes arbitraires. Donc, pour que l'équation (3) continue de subsister, il suffira que les équations de condition établies entre les constantes arbitraires, c'est-à-dire les équations (14), entraînent la formule (16), ou, ce qui revient au même, la formule (15). Donc, si les constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

sont assujetties à vérifier n équations qui entraînent la formule (15), l'équation (1), considérée comme une équation aux dérivées partielles du premier ordre sera intégrée, c'est-à-dire vérifiée, en même temps que l'équa-

tion (3), par les valeurs de

$$\omega, p, q, r, \dots$$

tirées des formules (17).

» En résumé, par la méthode précédente, l'intégration de l'équation différentielle

$$d\omega = p dx + q dy + r dz + \dots + s dt,$$

dans laquelle les $2n + 1$ variables

$$x, y, z, \dots, t, \omega, p, q, r, \dots, s$$

sont liées entre elles par la formule (1), se trouve ramenée à l'intégration de la seule équation différentielle

$$\delta\omega = \phi\delta\xi + \chi\delta\eta + \psi\delta\zeta + \dots,$$

qui ne renferme plus que $2n - 1$ variables. D'ailleurs, en vertu de cette dernière équation, dont le second membre renferme les différentielles des seules variables

$$\xi, \eta, \zeta, \dots,$$

ω ne peut être qu'une fonction de ces variables, et rien n'empêche de supposer ces mêmes variables indépendantes. Or, dans cette supposition, la formule (15) donnera

$$(18) \quad D_{\xi}\omega = \phi, \quad D_{\eta}\omega = \chi, \quad D_{\zeta}\omega = \psi \dots$$

Si, pour fixer les idées, on représente par

$$f(\xi, \eta, \zeta, \dots)$$

la valeur de ω , $f(\xi, \eta, \zeta, \dots)$ pourra être une fonction quelconque de ξ, η, ζ, \dots , et les formules (18) donneront

$$(19) \quad \begin{cases} \omega = f(\xi, \eta, \zeta, \dots), \\ \phi = D_{\xi}f(\xi, \eta, \zeta, \dots), \quad \chi = D_{\eta}f(\xi, \eta, \zeta, \dots), \quad \psi = D_{\zeta}f(\xi, \eta, \zeta, \dots), \dots \end{cases}$$

Ces dernières formules représenteront en effet les intégrales les plus géné-

rales possibles de l'équation différentielle

$$\delta\omega = \phi\delta\xi + \chi\delta\eta + \psi\delta\zeta + \dots$$

Si l'on y substitue les valeurs de

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

tirées des formules (10), on obtiendra n autres équations

$$\xi = 0, \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0, \dots$$

qui représenteront n intégrales de l'équation (3) jointes à la formule (1). Enfin, si entre ces n autres équations on élimine

$$p, q, r, \dots,$$

on obtiendra une équation définitive

$$(20) \quad \omega = 0,$$

qui renfermera seulement les variables

$$x, y, z, \dots, t, \omega.$$

Donc cette équation définitive sera une intégrale de la formule (1), considérée comme une équation aux dérivées partielles. Elle en sera même l'intégrale générale, puisque la relation établie par cette intégrale entre les n variables indépendantes

$$x, y, z, \dots, t,$$

et l'inconnue ω dépendra de la fonction

$$f(x, y, z, \dots),$$

c'est-à-dire d'une fonction arbitraire de $n - 1$ variables indépendantes.

Si l'on veut savoir à quoi se réduiront, pour $t = \tau$, les valeurs de

$$\omega, p, q, r, \dots,$$

tirées des formules

$$\xi = 0, \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0, \dots,$$

il suffira d'observer que, pour $t = \tau$, les formules (10) se réduisent aux

formules (11), et que l'élimination des constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

entre les formules (11) et (19) fournit les équations

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varpi = f(x, y, z, \dots), \\ p = D_x f(x, y, z, \dots), \quad q = D_y f(x, y, z, \dots), \quad r = D_z f(x, y, z, \dots), \dots \end{array} \right.$$

Donc la valeur générale de ϖ , fournie par l'équation (20), sera précisée celle qui a la double propriété de vérifier, quel que soit t , l'équation (1) considérée comme une équation aux dérivées partielles, et, pour $t = \tau$, la condition

$$(22) \quad \varpi = f(x, y, z, \dots).$$

» Il est bon d'observer qu'étant donnée la valeur initiale $f(x, y, z, \dots)$ de l'inconnue ϖ , l'équation (22), combinée avec les formules (2), entraînera, pour $t = \tau$, toutes les formules (21), desquelles on déduira immédiatement les formules (19), en substituant aux lettres

$$x, y, z, \dots, \varpi, p, q, r, \dots$$

les lettres

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots$$

La même substitution suffira pour déduire la formule (15) de l'équation (3) réduite, pour une valeur constante τ de t , à la formule

$$dz = p dx + q dy + r dz + \dots$$

» Nous avons jusqu'à présent, laissé la fonction $f(x, y, z, \dots)$, ou la valeur initiale de l'inconnue ϖ , entièrement arbitraire. Si cette valeur initiale était réduite à une fonction entièrement déterminée de ϖ et de n constantes arbitraires $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, l'équation (20) représenterait non plus l'intégrale générale, mais ce que Lagrange appelle une solution complète de l'équation (1).

» Enfin, au lieu de laisser les constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots$$

indépendantes l'une de l'autre, ce qui permet de passer de la formule (15)

aux équations (18), on pourrait réduire séparément à zéro chaque terme de l'équation (15) en posant

$$\delta\xi = 0, \quad \delta\eta = 0, \quad \delta\zeta = 0, \dots, \delta\omega = 0,$$

c'est-à-dire, en supposant

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega$$

indépendants des variables

$$x, y, z, \dots, t, \varpi, p, q, r, \dots$$

Donc les seules équations

$$(23) \quad \mathfrak{X} = \xi, \quad \mathfrak{Y} = \eta, \quad \mathfrak{Z} = \zeta, \dots, \mathfrak{Q} = \omega,$$

fourniront des valeurs de

$$\varpi, p, q, r, \dots,$$

qui, étant exprimées en fonction de

$$x, y, z, \dots, t,$$

et de

$$\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega,$$

vérifieront simultanément les équations (1) et (3), quand on continuera de considérer $\xi, \eta, \zeta, \dots, \omega$ comme propres à représenter des constantes arbitraires. Si, entre les formules (23), on élimine

$$p, q, r, \dots,$$

on obtiendra une certaine équation

$$(24) \quad \mathbf{K} = 0$$

très-distincte de la formule (20), et qui représentera non plus une solution complète quelconque de l'équation (1), mais la solution complète dont j'ai signalé diverses propriétés remarquables dans la séance du 3 mai. Cette solution complète sera encore celle dont l'existence a été constatée, dans mon Mémoire de 1819, pour les cas particuliers traités dans ce Mémoire, et pour tous les cas, dans les Mémoires de M. Jacobi et de M. Binet.

» Les calculs ci-dessus développés deviennent plus symétriques, lors-

qu'aux divers rapports compris dans la formule (9), on joint le suivant :

$$\frac{ds}{-(Y + s \Pi)},$$

qui équivaut lui-même à chacun des autres. Alors aux intégrales (10) se joint une intégrale de la formule

$$s = \varsigma,$$

s étant une fonction déterminée de s , et ς une constante arbitraire liée avec les autres par la formule

$$F(\xi, \eta, \zeta, \dots, \tau, \omega, \phi, \chi, \psi, \dots, \varsigma) = 0.$$

» Observons encore que l'on pourrait réduire à une constante donnée et non arbitraire, non plus la valeur particulière τ de t , mais la valeur particulière de l'une quelconque des autres variables indépendantes, ou même de l'inconnue ω , ou bien encore d'une autre variable liée à

$$x, y, z, \dots, t, \omega$$

par une équation donnée. Dans ces diverses hypothèses, en opérant toujours de la même manière, on obtiendrait, au lieu de la formule (13), d'autres formules qui seraient toutes comprises, comme cas particuliers, dans la suivante :

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta \omega - p \delta x - q \delta y - r \delta z \dots \dots \dots - s \delta t \\ = \Theta (\delta \omega - \phi \delta \xi - \chi \delta \eta - \psi \delta \zeta - \dots - \varsigma \delta \tau). \end{array} \right.$$

Dans l'équation (25), tout comme dans l'équation (13), on peut supposer à volonté que le signe δ indique des différentiations relatives, soit à tout le système des constantes arbitraires, soit à une partie de ce système. D'ailleurs, si $\omega, \phi, \chi, \psi, \dots$, étant fonctions de ξ, η, ζ, \dots , la formule (13) se trouve une fois démontrée pour le cas où l'on fait varier une seule des quantités

$$\xi, \eta, \zeta, \dots$$

elle se trouvera démontrée par cela même, pour le cas où l'on fera varier toutes ces quantités simultanément. Cette simple observation suffit pour prouver que la formule (13) est une conséquence immédiate des équations

établies dans le *Bulletin de la Société Philomatique* (année 1819, pages 13 et 18).

» La formule (4) avait été donnée par M. Pfaff. En intégrant cette formule, on obtient l'équation (13) qui est digne de remarque, et qui se tire immédiatement, comme on vient de le voir, des formules comprises dans mon Mémoire de 1819. La formule (13) elle-même a été obtenue par M. Binet. Enfin, une formule analogue à l'équation (13), et à laquelle on parvient, en posant, dans l'équation (21),

$$\delta\omega = 0,$$

savoir ,

$$(26) \left\{ \begin{array}{l} \delta\omega = (p\delta x + q\delta y + r\delta z + \dots + s\delta t) \\ = -\Theta(p\delta\xi + \chi\delta\eta + \psi\delta\zeta + \dots + \varsigma\delta\tau), \end{array} \right.$$

a été donnée par M. Jacobi. Les principales différences qui existent entre l'analyse dont j'ai fait usage dans le Mémoire de 1819, et les calculs employés par MM. Jacobi et Binet, consistent, 1° en ce que je me suis servi de la formule (13), en supposant successivement la caractéristique δ relative à chacune des constantes arbitraires ξ, η, ζ, \dots pour établir l'équation (20), tandis que MM. Jacobi et Binet se sont servis, l'un de la formule (26), l'autre de la formule (13), pour établir l'équation (24). Ajoutons que dans la Note de M. Binet, comme dans les calculs qui précèdent, les différenciations sont relatives au système entier des constantes arbitraires, tandis que dans mon Mémoire de 1819 elles se rapportaient, pour chaque formule, à une seule des constantes arbitraires

$$\xi, \eta, \zeta, \dots$$

Enfin, dans mon Mémoire de 1819, les constantes arbitraires qui représentent les valeurs initiales des diverses variables, étaient, comme on vient encore de le faire, immédiatement introduites dans les calculs, et non substituées à d'autres constantes, comme dans les Mémoires des deux géomètres dont il s'agit.»

CALCUL INTÉGRAL. — *Mémoire sur l'intégration des équations simultanées aux dérivées partielles; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

« En augmentant le nombre des inconnues dans un système d'équations différentielles, ou aux dérivées partielles, d'un ordre quelconque, on peut toujours ramener l'intégration de ce système à celle d'un autre sys-

tème d'équations du premier ordre. On conçoit donc que le calcul intégral aux différences partielles peut être réduit à l'intégration d'équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre. En cherchant les moyens d'effectuer cette dernière intégration, je suis parvenu à des résultats qui me paraissent dignes de quelque intérêt, et que je vais indiquer en peu de mots.

» On sait que l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre, lorsque cette équation est linéaire par rapport à l'inconnue et à ses dérivées, ou même seulement par rapport aux dérivées de l'inconnue, peut se réduire à l'intégration d'un système d'équations différentielles. Je trouve qu'on peut en dire autant d'un système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, lorsque ces équations, étant linéaires par rapport aux dérivées des inconnues, peuvent servir à exprimer des fonctions linéaires semblables des dérivées de la première, de la seconde, de la troisième,... inconnue, à l'aide des diverses inconnues et des variables indépendantes. D'ailleurs, dans chaque fonction linéaire, le coefficient de chaque dérivée peut être une fonction quelconque de toutes les variables.

» Lorsque des équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre ne sont pas linéaires, on peut toujours ramener leur intégration à celle d'un système d'équations auxiliaires aux dérivées partielles du premier ordre, qui soient linéaires au moins par rapport aux dérivées des inconnues, et qui offrent pour variables indépendantes toutes les variables comprises dans les équations données. Les équations auxiliaires étant intégrées, l'intégration des équations données sera réduite à celle d'un système d'équations différentielles.

» Enfin l'on sait que l'intégrale générale d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre peut se déduire immédiatement d'une intégrale particulière qui renferme autant de constantes arbitraires qu'il y a de variables indépendantes. On peut démontrer pareillement que les intégrales générales d'un système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre peuvent se déduire immédiatement d'un système d'intégrales particulières dont chacune renferme autant de constantes arbitraires qu'il y a de variables indépendantes, chacune des constantes étant renfermée dans une seule de ces équations. Dans un prochain article, je développerai les diverses propositions que je viens d'énoncer. »

M. THENARD propose à l'Académie de convoquer la section de Chimie à l'effet de pourvoir au remplacement d'un des correspondants de cette sec-

tion, M. Arfwedson, dont le décès survenu depuis quelques mois a été annoncé récemment à M. Pelouze par une Lettre de M. Berzelius.

M. ARAGO fait hommage à l'Académie d'une *Notice sur la vie et les travaux d'Herschel*, qui va paraître dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*.

NOMINATIONS.

L'Académie procède par voie de scrutin à la nomination d'un correspondant pour la section de Physique.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant de 38

M. de Haldat obtient	33 suffrages
M. Amici	2
M. Erman	1
M. Matteucci	1
M. Weber	1

M. DE HALDAT, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est déclaré élu.

M. l'amiral ROUSSIN, en qualité de membre de la Commission chargée de faire un rapport sur l'emploi des toiles de coton dans la voilure des navires, demande qu'un nouveau membre soit adjoint à cette Commission, devenue incomplète par l'absence de M. de Freycinet.

M. Séguier est désigné à cet effet.

MÉMOIRES LUS.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur l'empoisonnement par l'antimoine, et les complications que la présence de ce corps peut apporter dans les cas d'empoisonnement par l'arsenic; par MM. DANGER et FLANDIN.* (Extrait par les auteurs.)

(Commissaires, MM. Chevreul, Pelouze, Regnault.)

« Après un résumé historique sur l'antimoine, les auteurs indiquent un procédé de recherches pour décèler dans les matières animales les plus faibles proportions d'une préparation antimoniale. Ce procédé n'est qu'une

modification de celui qu'ils ont fait connaître pour la recherche de l'arsenic, modification exigée par les propriétés chimiques de l'antimoine. Dans les cas d'empoisonnements par l'arsenic compliqués par la présence de l'antimoine, MM. Danger et Flandin pensent que leur méthode d'investigation abrégée et facilite les opérations propres à séparer les deux corps. Ils rapportent diverses expériences sur les animaux. Ils ont produit des empoisonnements, soit avec les préparations antimoniales, soit au moyen d'un mélange d'émétique et d'une préparation arsenicale. Ils signalent les symptômes différentiels de l'empoisonnement par le tartre stibié et l'acide arsénieux, et font voir que l'antimoine est plus facilement éliminé par la sécrétion rénale que l'arsenic. Ils pensent avoir démontré, au moyen des analyses chimiques, que l'antimoine n'affecte pas indifféremment tous les organes. Ils l'ont retrouvé presque exclusivement dans le foie, et, si ce n'est dans certains cas exceptionnels, ils disent ne l'avoir pas retrouvé dans les poumons, dans les systèmes nerveux, musculaire et osseux. Ce fait a conduit MM. Danger et Flandin à supposer que les substances inassimilables ne pénètrent pas dans l'organisme à l'instar d'un liquide dans une éponge, que l'absorption n'est pas un phénomène purement physique et que la vascularité des organes ne suffit pas à expliquer cet acte physiologique. En raison de sa nature chimique, tout poison leur paraît avoir une action sur les éléments médiats ou immédiats des organes; mais il y a de la part de ces éléments une action qui dépend et de la constitution intime des organes et de l'action vitale du sujet.

» Le principe de la localisation des poisons ou substances inassimilables sert à MM. Danger et Flandin à étudier sous un nouveau point de vue plusieurs questions de toxicologie, de physiologie et de thérapeutique.

» Voici les conclusions de leur Mémoire :

» 1°. Il est facile de décèler l'antimoine uni en faibles proportions aux matières animales : nous sommes arrivés à le recueillir avec la même précision que l'arsenic ;

» 2°. Le procédé qui nous a donné les meilleurs résultats est le suivant : désorganiser les matières animales par l'acide sulfurique ; au moment de la liquéfaction et après le refroidissement, ajouter de l'azotate de soude ; terminer la carbonisation et reprendre le charbon desséché par l'eau aiguisée d'acide tartrique. Le liquide est soumis aux investigations ultérieures propres à caractériser l'antimoine.

» 3°. Dans les cas d'empoisonnements par l'arsenic compliqués par la présence de l'antimoine, l'appareil que nous avons proposé pour la recherche

de l'arsenic nous a paru simplifier et faciliter les opérations propres à séparer les deux corps;

» 4°. Contrairement à l'arsenic, l'antimoine est facilement éliminé par la sécrétion rénale. Dans les cas d'empoisonnement par les préparations antimoniales, c'est dans le foie que l'on retrouve plus spécialement l'antimoine. On ne le retrouve pas dans les poumons, non plus que dans les systèmes nerveux, musculaire et osseux.

» 5°. Le fait de la localisation des poisons est une donnée précieuse pour résoudre certaines questions médico-légales : les questions d'empoisonnements simulés, par exemple;

» 6°. Ce fait nous paraît devoir ouvrir une nouvelle voie aux recherches physiologiques et thérapeutiques. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Remarques sur les chemins de fer, à l'occasion de l'accident du 8 mai; par M. LAIGNEL.*

(Commission des chemins de fer.)

Dans ce Mémoire, l'auteur discute les effets que doit produire sur la marche des waggons et des locomotives, le système aujourd'hui généralement suivi pour la pose des rails. Suivant M. Laignel, l'inégalité de la résistance que les rails opposent à la pression, dans les points où ils sont soutenus par les traversines et dans les espaces intermédiaires, a nécessairement pour effet de faire *galoper* les voitures. Or ce galop, non-seulement les expose à sortir de la voie, mais encore, par les chocs incessamment répétés qu'il fait subir aux essieux, tend à en amener la rupture, puisqu'il a nécessairement pour effet de changer la texture fibreuse du fer en une texture cristalline. Le système adopté pour la pose des rails serait donc la cause de la plupart des accidents qu'on a observés jusqu'ici, accidents qui, suivant M. Laignel, pourraient être presque toujours évités, au moyen des diverses dispositions qu'il a proposées. Dans une dernière partie de sa Note, l'auteur fait mention de divers appareils qui lui paraissent pouvoir être utilement employés pour modérer les chocs, quand les voitures en tête du convoi s'arrêtent par une cause quelconque.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIOLOGIE. — *Histoire médicale et toxicologique du seigle ergoté*; par M. BONJEAN. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Magendie, Boussingault, Regnault.)

« Le seigle ergoté doit être rangé dans la classe des narcotiques, car il détermine tous les symptômes relatifs à ce genre de poison. Les effets qu'il produit ont les plus grands rapports avec ceux que nous offre la morphine, bien qu'il ne contienne pas une trace de cet alcaloïde, ainsi qu'on l'avait à tort supposé.

» D'après mes propres observations, le premier effet du seigle ergoté se manifeste chez les animaux par la perte d'appétit et une diminution notable dans leur agilité, qui va jusqu'à les rendre immobiles. Ils sont comme hébétés, leur regard est fixe et leurs yeux hagards. Immédiatement après qu'ils sont sous l'influence de ce toxique, les chiens poussent des hurlements affreux, qui ne s'apaisent que par les vomissements ou lorsque le poison a déjà produit ses premiers effets; dès lors ils restent presque toujours à la même place, et ils ne donnent plus de voix, si ce n'est quelques gémissements causés par la souffrance. Le cerveau est sans doute le premier organe qui subit l'action stupéfiante de l'ergot. Chez les poulets et les coqs, chose singulière, la crête et le jabot se noircissent dès l'invasion des premiers symptômes, et ces animaux ne tardent pas à succomber après une agonie qui est ordinairement assez longue.

» L'action stupéfiante du seigle ergoté se trouve confirmée par l'identité des signes cadavériques observés chez les animaux dont l'autopsie a été faite par le docteur Chevallay, professeur de médecine à Chambéry. En effet, on ne rencontre généralement aucune lésion constante, bien marquée, bien décidée, qui puisse expliquer la cause de leur mort; seulement, ainsi que cela a lieu pour l'opium et les narcotiques en général, on retrouve constamment un engorgement sanguin du côté de la tête, du canal rachidien et du système veineux. Ainsi, à l'instar de ces poisons, le seigle ergoté porte son influence délétère sur le cerveau et le système nerveux, paralyse leur action sur tous les organes, et détermine enfin la mort, qui en est la conséquence nécessaire.

» Contrairement à l'opinion émise par M. Balme, l'ergot à cassure blanche est tout aussi énergique que l'ergot à cassure violette. Mais une

remarque importante que j'ai eu occasion de faire et qui explique parfaitement les mécomptes qui ont été souvent le résultat de son emploi, c'est que ce parasite, recueilli immédiatement après son développement, ne possède aucune action vénéneuse, administré du moins aux mêmes doses qui suffisent ordinairement pour donner la mort quand il est bien mûr; son action toxique ne se développe que par la maturité, et six ou huit jours suffisent pour donner à l'ergot toute l'énergie qui le caractérise comme poison.

» Le seigle ergoté vieux, piqué ou vermoulu, pulvérisé et exposé à l'air depuis longtemps, ne perd rien de ses propriétés médicales et vénéneuses, ce dont j'ai acquis la preuve par des observations pratiques et des essais toxicologiques dont les résultats sont de nature à faire disparaître tout doute à cet égard; il devient donc inutile de prendre tant de soins à sa conservation. Si quelques praticiens ont eu à se plaindre de son défaut d'action; si l'on accusait ce parasite d'être à la fois inerte et dangereux, c'est qu'on l'administrerait dans des cas où son emploi était contre-indiqué, mais il était toujours dangereux, parce que le poison était toujours là prêt à donner les preuves de sa présence redoutable.

» La cuisson et la fermentation panaière diminuent toujours plus ou moins l'action toxique du seigle ergoté, et cette diminution est d'autant plus grande que le pain a été plus cuit ou desséché au four.

» Les recherches les plus minutieuses n'ont pu me faire découvrir dans l'ergot aucune trace d'alcaloïde; ainsi qu'on va le voir, ses propriétés médicales et ses vertus délétères sont dues à d'autres corps plus complexes. Le seigle ergoté renferme deux principes actifs bien distincts, un remède et un poison. Le premier est un extrait mou, rouge-brun, très-soluble dans l'eau froide, et qui possède au plus haut degré les précieuses propriétés obstétricales et hémostatiques qu'on a depuis si longtemps reconnues à l'ergot. L'autre est une huile fixe, incolore dans sa nature, très-soluble dans l'éther froid, insoluble dans l'alcool bouillant, et en qui seule résident toutes les vertus toniques du seigle ergoté. La nature différente de ces deux produits permet de les séparer facilement et d'obtenir le remède entièrement isolé du poison. Comme celui-là est tout à fait inoffensif, il en résulte cet immense avantage pour la pratique médicale, qu'on peut, au besoin, l'administrer à haute dose sans avoir à craindre aucun des accidents reprochés au seigle ergoté lui-même. Ce qu'il y a d'extraordinaire, c'est la rapidité avec laquelle cet extrait agit dans les hémorragies en général, ne bornant pas ses miraculeux effets aux pertes utérines seule-

ment. Quelle que soit la dose à laquelle on l'ait donné, il n'a jamais causé la moindre action nuisible. Plusieurs fois il a été pris à la dose de 2 gros (représentant 9 à 10 gros de seigle ergoté), dans des cas de métrorragies foudroyantes, suites d'avortements ou autres, et qui cédaient immédiatement ou presque immédiatement à l'action de ce remède. J'ai appelé ce produit *extrait hémostatique*.

» L'huile ergotée agit absolument sur les animaux comme l'ergot lui-même, et à des doses correspondantes à ce dernier, seulement ses effets sont plus prompts; ils sont immédiats chez les sujets faibles, tels que oiseaux, poulets, que l'on endort facilement avec un gros de ce principe, équivalant à un peu moins de 3 gros de poudre d'ergot. Ces animaux succombent ensuite dans les vingt-quatre heures, sans être presque sortis de l'état de stupeur où ce poison les a plongés. A la dose de 5 gros, j'ai obtenu chez un chien tous les phénomènes de l'ergotisme convulsif, tels que paralysie complète du train postérieur, attaques convulsives violentes, etc. Pour obtenir cette huile avec toutes ses propriétés énergiques, il faut nécessairement l'extraire par l'éther froid, et éviter, dans cette opération, toute action de la chaleur. Enfin, ce principe peut encore se trouver tout à fait inerte, s'il a été obtenu d'ergots non parvenus à leur maturité. L'huile est donc le poison, et l'extrait aqueux le remède du seigle ergoté, quoi qu'en ait dit M. le docteur Wright (*Journal de Pharmacie*, juillet 1841), qui pense au contraire que l'huile est le principe qui arrête les hémorragies; ce qui se trouve contredit par plus de cinquante observations médicales, faites à mon instigation par des médecins éclairés de cette ville, et dans lesquelles mon extrait hémostatique ne s'est jamais démenti une seule fois dans sa puissante action anti-hémorragique. »

OPTIQUE. — *Mémoire sur la constitution du spectre solaire*; par M. EDMOND BECQUEREL. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Biot, Arago, Babinet.)

« Je crois avoir résolu dans ce Mémoire plusieurs questions relatives à l'action des rayons chimiques et phosphorogéniques sur les substances qu'ils impressionnent. Ce travail est divisé en quatre parties :

» La première comprend les notions connues sur la constitution du spectre lumineux et quelques développements sur les raies qui traversent le spectre.

» Dans la deuxième partie, j'ai montré que pour tous les spectres chimiques résultant de la réaction des rayons solaires sur les différentes substances impressionnables, les raies sont les mêmes que celles du spectre lumineux, pourvu que l'on ne considère que les rayons de même réfrangibilité. On appelle spectre chimique l'ensemble des rayons qui agissent sur une substance sensible donnée. Généralement les spectres chimiques s'étendent au delà de l'extrême violet jusqu'à une distance qui est quelquefois égale à la moitié de la longueur du spectre lumineux; il s'ensuit qu'il se trouve au delà des rayons lumineux une infinité de raies nouvelles qui font suite à celles que Fraunhofer avait observées. Je les ai dessinées avec soin sur une planche que je présente en même temps à l'Académie.

» Dans la troisième partie, est exposée l'action des rayons solaires sur les corps qui deviennent lumineux sous leur influence, c'est-à-dire sur les corps phosphorescents par insolation. On a reconnu que les spectres phosphorescents possédaient les mêmes raies que les spectres chimiques et lumineux. Les substances qui ont été employées dans ces expériences sont les sulfures de calcium et de barium (c'est-à-dire les phosphores de Canton et de Bologne), regardés comme étant les plus impressionnables. En constatant les effets, j'ai été conduit à la découverte d'autres rayons qui agissent sur ces substances uniquement pour détruire la phosphorescence produite. Si l'on fait agir par exemple le spectre solaire sur le sulfure de calcium, on observe un spectre phosphorogénique ayant deux maxima d'action, l'un vers l'extrême violet, l'autre au delà; l'action s'arrête dans les rayons les moins réfrangibles vers la raie G; mais, à partir de cette raie, c'est-à-dire de la limite du bleu et de l'indigo jusque bien au delà du rouge, il se trouve un spectre de rayons dont l'effet est de détruire complètement la phosphorescence produite par l'action des autres rayons, et même d'empêcher ce sulfure d'être phosphorescent par la chaleur.

» Le sulfure de barium soumis aux mêmes recherches, présente les mêmes résultats, si ce n'est que le spectre des rayons phosphorogéniques n'a qu'un maximum d'action situé au delà de l'extrémité violette.

» Ces faits montrent donc que des rayons situés au delà des rayons visibles, c'est-à-dire des rayons obscurs, produisent de la lumière, puisque ces sulfures deviennent phosphorescents sous leur influence, et qu'ensuite, en faisant tomber sur eux des rayons lumineux, rouges, orangés, jaunes, verts, bleus, on détruit cette faculté et ces corps redeviennent obscurs.

» Enfin la quatrième partie de ce travail renferme quelques idées théoriques touchant l'action des rayons solaires sur les corps.

» Je n'ai pas encore résolu complètement la question relative à la chaleur rayonnante et à la détermination des raies du spectre calorifique; mais je m'en occupe actuellement, et j'espère pouvoir publier incessamment tous les résultats auxquels ces recherches m'auront conduit. »

En présentant le travail dont on vient de lire l'analyse, M. ARAGO rappelle qu'à l'époque où, de divers côtés, on attaquait la découverte de M. Daguerre, il signala les expériences que M. Becquerel vient de faire, avec tant de succès, sur l'existence des stries dans le spectre chimique, comme une des applications auxquelles les nouveaux réactifs se prêteraient parfaitement. M. Arago indique aussi diverses modifications importantes, que les expériences déjà faites pourraient recevoir dans l'intérêt des théories de la lumière.

Le secrétaire s'est cru également obligé, pour rendre hommage à la vérité, de réclamer en faveur de M. Seebeck, de Berlin, la découverte de la propriété singulière dont certains rayons lumineux sont doués, *d'éteindre* la lumière phosphorique des corps. Voici le passage dans lequel le physicien allemand consigna ses observations :

« *Le rouge jaunâtre tue les phosphores de Marggraff et de Canton; le bleu les ranime* (1).

» Les phosphores de baryte, préparés d'après la méthode connue de Marggraff, luisent d'un *rouge jaunâtre*; les phosphores de sulfate de strontiane répandent une lumière *verte* (vert de mer), quelquefois *bleue*; les phosphores de Canton (sulfures de chaux, coquilles d'huîtres) luisent en *rouge des roses* ou en *violet* très-pâle.

» En les exposant aux couleurs prismatiques, les phosphores luisaient fortement dans le bleu et le violet; ils devinrent même lumineux au delà du violet, où à peine on voyait encore de la couleur. Ils s'affaiblirent dans le vert, plus encore dans le jaune: ils devinrent le plus faibles dans le rouge. Lorsque l'ouverture par laquelle passait la lumière était rétrécie de 6 lignes à 2, les phosphores devinrent luisants dans le *bleu* et le *violet*, mais aucunement dans le *rouge*.

» Je plaçai dans l'ouverture un verre *bleu* foncé si épais, qu'à peine on distinguait encore à travers des objets fortement éclairés. Le soleil donnant par l'ouverture, le phosphore de Bologne devint de suite lumineux, répan-

(1) GOETHE; *Farbenlehre*, t. II, p. 703.

dant comme d'ordinaire une lueur rougeâtre. Je remplaçai le verre bleu par un verre *rouge jaunâtre* si peu épais, qu'on reconnaissait à travers les objets très-facilement. Aucun de mes phosphores ne devint lumineux, quoiqu'on les exposât très-longtemps à la lumière rouge jaunâtre.

» Un phosphore fut rendu luisant à la pure lumière du soleil. On observa le temps dans lequel il s'éteignait de lui-même : c'était 10 minutes. Je le rendis de nouveau luisant au soleil, et je le plaçai rapidement dans la lumière qui traversait un verre rouge jaunâtre. Ce phosphore s'éteignit entièrement et dans un temps plus court qu'à l'obscurité. Après une ou deux minutes on ne voyait aucune lueur. Plus le ciel était pur, et plus le verre rouge jaunâtre éteignait avec force.

» Je confirmai ces contrastes entre le bleu et le rouge par les expériences suivantes : je plaçai une lentille de 4 pouces dans la lumière qui avait traversé un verre rouge jaunâtre. Le phosphore placé au foyer (c'était un phosphore qui répandait la plus vive lumière) fut éteint sur-le-champ; c'était comme un charbon jeté dans l'eau; il n'était pas même nécessaire que le phosphore fût entièrement au foyer de la lentille. On substitua au verre rouge jaunâtre, un verre bleu très-épais. Des phosphores terreux qui ne luisaient pas furent placés au foyer; ils devinrent sur-le-champ aussi lumineux qu'ils le deviennent au soleil sans interposition de verre, »

CHIMIE. — *Recherches sur l'acide nitrique*, par M. E. MILLON.
(Extrait.)

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze, Regnault.)

« La purification ordinaire de l'acide nitrique consiste principalement à en séparer les acides hydrochlorique et sulfurique. Mais les procédés qu'on emploie n'en séparent point l'acide nitreux. Cet acide y existe cependant, lors même que l'acide est très-dilué et tout à fait incolore. Pour montrer l'influence de cette portion nitreuse, je dirai qu'il suffit que l'acide le plus affaibli en contienne des traces pour qu'il précipite l'iode des iodures, le soufre des monosulfures; pour qu'il colore les protosels de fer en brun et le cyanoferrure de potassium en vert; tandis que le même acide, s'il est parfaitement pur, décompose les monosulfures sans les troubler, ne déplace point l'iode de sa combinaison avec les métaux alcalins et ne colore ni les protosels de fer, ni le cyanoferrure de potassium.

» J'ajoute encore que le bleu d'indigo qui est décoloré par l'acide nitri-

que nitreux dans un certain état de dilution, conserve sa couleur au contact de quantités très-considérables d'acide nitrique pur, et que la couleur verte très-intense qui est communiquée par l'acide nitrique à certaines urines dans lesquelles on soupçonne la présence de la matière colorante de la bile, est uniquement due à l'acide nitreux.

» L'acide nitrique à 1 équivalent d'eau ne se distille pas sans se décomposer; aussi me paraît-il difficile qu'on l'ait obtenu par les procédés qui ont été indiqués jusqu'ici. Ils ne m'ont jamais fourni que des acides très-nitreux d'une hydratation variable. Aussi ai-je été obligé de recourir à de nouveaux moyens pour le préparer. Il est parfaitement blanc et ne se colore à la lumière qu'autant que celle-ci s'accompagne d'une température de $+30^{\circ}$ à $+40^{\circ}$.

» J'ai mis le plus grand soin à établir tous les hydrates que la distillation pouvait fournir, et le regret que j'ai ressenti de ne trouver que fort peu de détails dans les auteurs qui se sont occupés de ce sujet, m'a fait décrire, dans le Mémoire dont je donne ici un extrait, avec un soin minutieux toutes les circonstances dans lesquelles j'ai opéré. C'est d'ailleurs sur cette détermination exacte des hydrates que reposent les principaux résultats que j'exposerai.

» Je suis arrivé à obtenir, indépendamment de l'acide à 1 équivalent d'eau, les acides à 2, à 4 et à $4\frac{1}{2}$.

» Il m'a été impossible d'en fixer d'autres à l'aide de la distillation.

» La constitution de ces hydrates m'a fait reprendre l'analyse de quelques nitrates. M. Graham avait déjà fixé la composition des nitrates de zinc, de magnésie, de cuivre et de bismuth; mais il avait été contredit sur la constitution du nitrate de zinc, et ses conclusions paraissaient un peu trop généralisées en portant sur tous les oxydes magnésiens.

» J'ai donc repris l'analyse du nitrate de zinc et de magnésie; j'y ai ajouté celles du nitrate de manganèse et de cobalt; j'ai revu encore celle du nitrate de nickel qui se trouve indiquée déjà dans les auteurs. Tous ces nitrates contiennent 6 équivalents d'eau, comme M. Graham l'avait démontré pour les uns et prévu pour les autres. Mais le nitrate de chaux sort de la série magnésienne par son nitrate aussi bien que par son sulfate; il ne renferme que 4 équivalents d'eau, et possède encore d'autres hydrates où la proportion d'eau est moins forte. Bien qu'il perde facilement toute son eau dans le vide, il est susceptible de former plusieurs nitrates basiques en bouillant sur l'hydrate de chaux.

» L'acide nitrique paraît ainsi peu propre à former des séries à la ma-

nière de l'acide phosphorique, et sortirait visiblement de la formule générale que M. Graham semblait disposé à adopter.

» L'action de l'acide nitrique sur le chlorate de potasse fournit un agent d'oxydation beaucoup plus efficace que ceux qu'on a employés jusqu'ici à l'égard de certaines substances, le soufre, le sélénium, par exemple, ainsi que les substances organiques. La mousse de platine résiste très-bien à cette action, bien qu'elle se trouve à une température de $+ 125^{\circ}$ en présence de l'acide nitrique et du chlore à l'état naissant. C'est un fait qui ne m'a pas semblé sans importance pour la théorie de l'oxydation à laquelle m'a conduit l'action de l'acide nitrique sur les métaux.

» Dans le courant des recherches que je viens d'indiquer très-sommairement, j'ai eu lieu d'observer que l'acide nitrique affaibli, parfaitement pur, n'attaquait pas le cuivre, ainsi que plusieurs autres métaux, tels que le bismuth et le mercure. Ce fait était nouveau. On n'ignorait pas que l'acide nitrique, dans un très haut degré de concentration, n'attaquait pas quelques métaux, le fer et l'étain par exemple; mais ce même acide affaibli était considéré comme un de leurs oxydants les plus énergiques : il s'en faut pourtant; et si l'on pouvait établir une règle générale à l'égard de l'action de l'acide nitrique pur sur les métaux, ce serait qu'il n'en attaque aucun, si l'on en excepte les métaux alcalins.

» On comprend que cette proposition exige des développements; je commencerai par l'exposition des faits que j'ai eu lieu d'observer à l'égard du cuivre.

» Un acide de 1,070 de densité n'attaque pas le cuivre à $+ 20^{\circ}$. Plus concentré, il l'attaque avec énergie. Mais si l'on fait passer un courant de deutroxyde d'azote sur le cuivre recouvert de l'acide qui ne l'attaque point, ou mieux encore si l'on y verse quelques gouttes d'une solution concentrée de nitrite de potasse, l'attaque du cuivre commence, et dès qu'elle est commencée, se propage durant plusieurs heures, pourvu que les quantités de métal et d'acide soient suffisantes. Lorsque la réaction est ralentie ou complètement arrêtée, ce qui arrive après quelques heures, on peut la ranimer par une nouvelle addition de nitrite, et, suivant qu'on veut obtenir un dégagement plus ou moins abondant, on ajoute une quantité plus ou moins grande de ce nitrite.

» Je recherchai si un courant gazeux qui traverserait l'acide provoquerait la même réaction, mais j'employai inutilement un courant d'acide carbonique, d'hydrogène, d'oxygène et de protoxyde d'azote. Je décomposai au sein même de l'acide du carbonate, du chlorure de chaux et du

sulfure de potassium; l'acide carbonique, le chlore et l'hydrogène sulfuré se dégagèrent sans provoquer aucune réaction.

» Si cette oxydation était uniquement due au deutoxyde d'azote, je devais, en supprimant tout d'un coup ce gaz, arrêter aussitôt la réaction; c'est en effet le phénomène qui s'est produit par l'addition du protosulfate de fer. Le dégagement en pleine activité fut subitement interrompu.

» Comme j'avais remarqué qu'une élévation de température assez faible déterminait l'oxydation du cuivre même par l'acide pur de 1,070, je pensai que la chaleur développée par la décomposition du nitrite pouvait être le point de départ de la réaction. Je disposai alors un mélange de glace et de sel marin dans lequel je portai le métal et l'acide lorsque l'oxydation fut vivement engagée: le gaz s'arrêta dès que l'acide commença à se coaguler; mais en retirant ensuite du mélange réfrigérant, le tube de verre dans lequel l'expérience se passait, et en le laissant reprendre doucement la température ambiante ($+20^{\circ}$), l'oxydation recommença bientôt, et je pus de la sorte, avec le même métal et le même acide, interrompre et rétablir plusieurs fois, par des congélations successives, la marche de ce curieux phénomène.

» Cette suspension du dégagement gazeux par l'application du froid, isolait complètement l'action du deutoxyde d'azote de toute influence du calorique. J'avais été frappé néanmoins de la décomposition de l'acide nitrique pur et affaibli par le cuivre à une température qui n'était ni assez élevée pour décomposer l'acide, ni assez prolongée pour le concentrer. Je cherchai alors à suivre l'influence de la température, suivant les différents degrés de concentration de l'acide.

» Je fixai d'abord le cas bien connu dans lequel le cuivre n'est point attaqué par un acide nitrique fumant; il faut à $+20^{\circ}$ que cet acide soit dans un état très-voisin de son maximum de densité, qui est 1,552 à $+20^{\circ}$. C'est cet état que j'ai discuté et analysé aussi complètement que possible dans le courant de mon Mémoire.

» Quant à l'acide pur à 1 équivalent d'eau, il attaque le cuivre avec une violence extrême à $+20^{\circ}$; il en est de même, à cette température, des acides à 4 équivalents, à $4\frac{1}{2}$, et de tous les acides intermédiaires à la densité de 1,070.

» Mais si l'on prend tous ces acides d'une densité décroissante, depuis l'acide à 1 équivalent d'eau jusqu'à l'acide à 1,070, et qu'on les tienne plongés dans des tubes de verre, au milieu d'un mélange réfrigérant, on trouve

que le cuivre se conserve dans tous ces acides, avec quelques modifications suivant leur état.

» Dans l'acide à 1 équivalent d'eau, le cuivre se recouvre d'une couche bleuâtre, et la liqueur prend une légère teinte verte. Mais l'action ne va pas plus loin; elle ne se propage pas davantage lorsqu'on retire le tube du mélange, et qu'on le laisse revenir à la température de l'atmosphère. J'ai conservé ainsi du cuivre pendant plusieurs jours à une température de $+20^{\circ}$. La couche bleuâtre qui s'est formée à la surface du cuivre est insoluble dans les acides concentrés, mais très-soluble dans l'eau.

» Les acides à 4 équivalents, à $4\frac{1}{2}$ équivalents, et les acides plus faibles, laissent au cuivre son éclat métallique, tant qu'ils sont au sein du mélange. Mais vient-on à les sortir, les acides à 4 équivalents et à $4\frac{1}{2}$ équivalents recouvrent le cuivre d'une couche bleuâtre et ne vont pas plus loin, à moins qu'on n'agite fréquemment le tube qui les renferme; tandis que les acides plus hydratés commencent leur action dès que leur température s'élève un peu. Le moment de leur attaque varie toutefois suivant leur concentration. Ainsi l'acide de 1,217 commence son action à -10° ; un acide de 1,108 la commence à -2° .

» Les gaz qui résultent de ces oxydations sont encore différents, suivant la température et le degré de concentration. M. de Humboldt avait déjà remarqué dans son Mémoire sur l'analyse de l'air, que l'acide nitrique affaibli donne, avec le cuivre, le deutoxyde d'azote le plus pur. Si en même temps la température ne s'élève pas, on a ainsi un gaz complètement absorbable par le protosulfate de fer. L'acide dont la réaction s'accompagne d'un grand dégagement de chaleur est toujours mêlé d'azote; enfin l'acide de 1,217, dont l'action commence à -10° , ne donne que très-peu de bioxyde, mais beaucoup de protoxyde d'azote si on le maintient à cette température.

» Il faut conclure des faits que je viens de citer, que l'oxydation du cuivre par l'acide nitrique est subordonnée, 1^o à la concentration de l'acide; 2^o à la température; 3^o à la présence du deutoxyde d'azote; 4^o à la solubilité des produits qui peuvent prendre naissance dans l'acide même qui les engendre.

» Ces principes s'étendent à tous les métaux; mais ils présentent, suivant le métal, des modifications dont les principales sont bien importantes à connaître.

» L'argent se range à côté du cuivre. (Je supprime ici les détails). Il en est de même du mercure, qui s'attaque complètement par l'acide à 1 équivalent d'eau, bien que le produit qui prend ainsi naissance soit insoluble

dans cet acide; mais cette attaque complète est due à la mobilité des molécules du mercure, qui présente successivement tous ses points.

» Le bismuth et l'étain offrent une marche particulière. Le bismuth conserve son brillant métallique à $+ 20^{\circ}$ dans les acides à 1 et à 2 équivalents; mais un acide moins concentré, à 4 ou $4 \frac{1}{2}$, l'attaque avec une violence extrême. Continue-t-on d'affaiblir l'acide, de manière à l'amener à une densité de 1,108, le métal se conserve. Il faut le concours de la chaleur ou du deutoxyde d'azote pour que l'action commence; une fois engagée, elle subit de la part du sulfate de fer et du mélange réfrigérant les mêmes influences que le cuivre.

» L'étain ne diffère que très-peu du bismuth. Le zinc possède une marche qui lui est propre. Les acides à 1 et à 2 équivalents ne l'attaquent pas au milieu d'un mélange réfrigérant, dont la température doit être exactement à $- 18^{\circ}$, si elle n'est inférieure. Le métal se recouvre d'une couche d'un blanc légèrement jaunâtre, qui le préserve d'une action ultérieure tant qu'il est au milieu du mélange réfrigérant, mais qui devient sans doute soluble avec un accroissement de température; car, lorsqu'on sort le tube du mélange d'action, il se développe avec violence, et tout le métal se trouve dissous.

» Dans l'acide à 4 équivalents, à $4 \frac{1}{2}$, et même dans un acide encore plus hydraté, le zinc, qui s'attaque avec une extrême vivacité à une température voisine de 0° , conserve au contraire son brillant métallique dans les mêmes acides refroidis. Mais vient-on à reprendre doucement la température ambiante, l'action paraît avec toute son énergie.

» Enfin, les acides affaiblis attaquent tous le zinc, malgré l'abaissement de température.

» On voit que cette oxydation suit des phases presque toujours inverses de celles de l'étain et du bismuth.

» Ce n'est qu'après avoir soigneusement étudié toutes les réactions que je viens de signaler, que j'ai osé m'arrêter à celle du fer; je la trouvais décrite avec tant de circonstances minutieuses et bizarres, que je l'ai reprise bien des fois avant de croire à toute la simplicité que j'y découvrais. Il est inutile de dire que je me suis tenu dans le cercle des phénomènes que j'examine, laissant de côté les effets de contact et les phénomènes électriques, dont je n'ai jamais pu obtenir même les principaux indiqués pour le fer; ce qui tenait sans doute à ma grande inexpérience de ces sortes de recherches.

» De petites boules de fer, très-bien polies, déposées dans l'acide nitrique, à 1 et à 2 équivalents d'eau, se sont recouvertes d'une couche tantôt noire,

tantôt bleue, tantôt bleue nuancée de jaune, en donnant naissance à quelques bulles de gaz qui se dissolvaient. Ces nuances rappelaient tout à fait l'aspect du recuit. Le fer, ainsi revêtu, n'est plus attaqué par aucun acide faible ou concentré, à moins qu'on n'en élève la température. Cette couche présente sensiblement les caractères du protoxyde de fer, que j'ai en effet, trouvé inattaquable par tous les acides nitriques, soit qu'on l'obtienne par la combustion du fer dans l'oxygène, ou par le passage d'un courant voltaïque énergique à travers des fils de clavecin, soit encore que l'on recuise simplement les mêmes petites boules que j'employais.

» Il y avait dans ce premier cas analogie avec le zinc, qui n'est préservé dans l'acide concentré qu'à la faveur d'une couche jaunâtre que j'ai signalée, mais qui se trouve soluble dans l'acide nitrique, pour peu que sa température s'élève ou bien qu'il s'étende d'une plus grande quantité d'eau.

» L'acide à 4 équiv., à $4\frac{1}{2}$, et même l'acide un peu plus faible, conserve au fer tout son brillant métallique; mais l'attaque se développe énergiquement dès qu'on chauffe.

» Ce deuxième cas met encore le fer dans une analogie parfaite avec le zinc.

» Enfin je pris un acide très-affaibli, ou bien j'ajoutai de l'eau à l'acide dans lequel le fer conservait son éclat métallique, et je vis aussitôt l'action commencer, mais sans violence, et en produisant le nitrate vert que M. Thenard a signalé le premier.

» On voit donc que l'analogie se poursuit dans tous les cas entre le zinc et le fer, avec une simple différence de température qui établit constamment la facilité de l'oxydation à l'avantage du zinc.

» L'antimoine et l'arsenic se séparent de tous les métaux que je viens d'examiner.

» L'arsenic n'est attaqué à la température ordinaire ($+20^{\circ}$) par aucun acide pur ou nitreux, quelle que soit sa concentration.

» L'antimoine ne s'attaque que par les acides les plus concentrés, mais doucement, sans effervescence gazeuse.

» Un mélange d'acide nitrique et d'acide hydrochlorique n'attaque pas davantage ces métaux, tant que les deux acides ne réagissent pas l'un sur l'autre, ce qui exige soit leur concentration, soit l'application de la chaleur, quand on part de corps parfaitement purs. Mais prend-on au contraire le mélange de ces deux acides, dans un état de dilution extrême, et après y avoir mis, soit de l'antimoine, soit de l'arsenic, vient-on à ajouter quelques gouttes de nitrite; aussitôt la réaction se propage comme pour le cuivre et le bismuth.

» Le mélange des acides nitrique et hydrochlorique, tant qu'ils ne sont point assez concentrés ou assez chauffés pour fournir de l'eau régale, demeure donc sans action. C'est inutilement qu'on y fait passer un courant de chlore gazeux; il faut l'addition d'un nitrite ou bien la formation de l'eau régale, c'est-à-dire encore la présence de l'acide nitreux. L'acide hydrochlorique fournit en même temps un dissolvant et un agent de décomposition, pour arriver à une production d'acide nitreux.

» Il en est du platine comme de l'arsenic et de l'antimoine, mais il faut pour son attaque une température plus forte. Cependant, même à la température ordinaire de l'atmosphère, dans un mélange d'acide hydrochlorique et nitrique trop affaiblis pour fournir de l'eau régale, le platine, sous l'influence du nitrite de potasse, s'attaque assez pour fournir une liqueur chargée de platine et de cristaux abondants de chlorure double de platine et de potassium qui tapissent le verre. Mais cette réaction demande deux ou trois jours, et plusieurs additions successives de nitrite de potasse.

» J'ajoute encore deux faits qui achèvent, ce me semble, d'élucider cette théorie de l'eau régale :

» 1°. De la mousse de platine abandonnée vingt-quatre heures au contact du bichlorure d'hydrogène qui fournit incessamment du chlore et de l'acide hydrochlorique, n'a pas perdu 1 milligramme de son poids;

» 2°. De la mousse de platine, en présence du chlore à l'état naissant et de l'acide nitrique, à une température de $+125^{\circ}$, conditions que réalise l'action de l'acide nitrique sur le chlorate de potasse; la mousse de platine, dans ces conditions, ne se dissout pas, ne s'oxyde pas, ne perd pas 1 milligramme de son poids.

» En résumé, acides nitrique et hydrochlorique réunis, acide nitrique et chlore réunis, acide hydrochlorique et chlore réunis n'attaquent pas le platine: mais le deutoxyde d'azote intervient-il, en présence d'un dissolvant, à une température suffisante, le platine est attaqué. Mêmes principes, mêmes influences pour la dissolution du platine, de l'arsenic, de l'antimoine et des autres métaux. Mais quel est le produit qui résulte de l'action du deutoxyde d'azote sur l'acide nitrique? Car, on le voit, c'est là que réside le dernier terme du problème. Une expérience bien simple résout la question.

» Si l'on fait passer du deutoxyde d'azote dans l'acide nitrique, et qu'on porte ensuite la liqueur dans un mélange réfrigérant, on peut la saturer par un alcali ou son carbonate, sans qu'il se dégage aucune trace de deutoxyde d'azote; il se produit un nitrite. Le deutoxyde d'azote en présence de l'acide

nitrique constitue donc une combinaison et non pas une dissolution. C'est cet acide nitreux qui, à une température variable, dans des conditions convenables pour la solubilité, produit l'oxydation des métaux. On comprend qu'ainsi le platine s'attaque en même temps que l'argent lorsqu'on vient à traiter leur alliage par l'acide nitrique. Quant à la marche générale des oxydations que j'ai décrites, elle s'explique sans peine : l'acide nitreux forme des nitrites de cuivre, de mercure, d'argent qui sont détruits par l'acide nitrique à mesure qu'ils se forment ; cette destruction donne naissance au deutoxyde d'azote, qui, retrouvant de l'acide nitrique, refait de l'acide nitreux ; d'où résulte une nouvelle attaque et une nouvelle destruction. Ainsi ces phénomènes de propagation, si singuliers à leur premier aspect, rentrent dans le cas bien simple d'un acide composé d'azote et d'oxygène cédant son oxygène aux métaux, et n'appellent pour leur explication que les principes les plus ordinaires de l'affinité chimique. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur un appareil propre à donner une vitesse constante à l'écoulement des fluides gazeux ; par M. RIGOLLOT.*

(Commissaires, MM. Arago, Dumas, Payen.)

L'auteur de la Note met sous les yeux de l'Académie, un modèle de son appareil, et le fait fonctionner, comme régulateur pour le gaz d'éclairage. Cet essai, dans lequel on a fait varier rapidement la pression dans le gazomètre, montre que ce changement n'en produit aucun dans la longueur de la flamme, ni dans l'intensité de la lumière des becs munis du régulateur, tandis que dans un bec voisin alimenté par le même gazomètre, mais indépendant de l'appareil régulateur, une différence de pression en plus ou en moins allonge ou raccourcit aussitôt la flamme.

On conçoit que du moment où l'on est parvenu à rendre constant l'écoulement du gaz, quelle que soit d'ailleurs la pression, il suffit de connaître le temps pendant lequel le bec est resté ouvert, pour savoir quelle a été la dépense en gaz. Or le temps de l'écoulement se mesure très-exactement, et sans possibilité de fraude de la part du consommateur, au moyen d'un compteur déjà imaginé depuis quelque temps, et disposé de telle manière que le mouvement qu'on fait pour ouvrir le robinet du tube conducteur, met en marche un pendule qui s'arrête dès qu'on ferme le robinet.

M. GAUDIN transmet le résultat des observations qu'il a eu occasion de

faire sur l'état des rails du *chemin de fer* dans le point où a eu lieu la catastrophe du 8 mai, et sur la position des deux locomotives :

« ...M'étant trouvé sur les lieux, une heure après l'accident, j'ai vu, dit-il, les deux locomotives pour ainsi dire debout, et non couchées sur le flanc, comme il est dit dans le rapport, etc. Ce ne sont cependant pas ces questions de détail qui me font rompre le silence, mais bien une circonstance capitale, que je ne vois nulle part mentionnée, à mon grand étonnement. Voici le fait : A quelques mètres au delà de l'endroit où gisait l'essieu rompu, les rails avaient été brisés, et avec une telle violence, qu'il y en avait des fragments dont la longueur ne dépassait pas un décimètre : c'est le rail droit, de Versailles à Paris, qui avait subi cette rupture violente ; et ce qui me frappa encore plus, ce fut de trouver le rail gauche *ployé en S dans le plan vertical*. »

(Renvoi à la Commission des chemins de fer.)

L'Académie renvoie à la même Commission quatorze communications relatives aux moyens de rendre les chemins de fer moins dangereux, communications adressées par MM. **BUCAILLE, CARRÉ, CHAVAGNEUX, CHESNEAUX, DELEVAUX, DERICQUEHEM, FLEUREAU, LEFUEL, LORTET, MAUGUIN, PAUL, RICORD**, et par deux anonymes.

M. PASSOT adresse une Note ayant pour objet, dit-il, la démonstration de la proposition suivante :

« Chacun des éléments d'une trajectoire décrite en vertu d'une impulsion primitive et d'une force centrale constamment dirigée vers le même point, est parcouru avec une vitesse rigoureusement uniforme. »

(Commissaires, MM. Cauchy, Coriolis.)

M. E. ROBERT adresse, comme supplément à un Mémoire de géologie qu'il avait présenté dans le mois d'avril dernier, quelques remarques relatives aux réclamations de priorité élevées à l'occasion de ce Mémoire par **M. Thomas** et par **M. de Roys**.

« Je n'ai jamais prétendu, dit M. Robert, signaler comme un fait nouveau la présence du fer et du manganèse dans notre terrain tertiaire ; j'ai même eu soin de rappeler dans mon travail, ainsi que je le devais, que le premier de ces métaux avait été indiqué depuis longtemps par **M. Al. Brongniart**, dans son ouvrage classique sur le bassin de Paris, et que le second l'avait

été par M. Malaguti : la priorité appartient donc à ces savants. Dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie, je me suis borné à étudier sous les rapports géologique, minéralogique et métallurgique, 1^o un minerai qui a tous les caractères du fer pisoolithique, et que personne avant moi, que je sache, n'avait envisagé de cette manière; 2^o un autre minerai de manganèse, qui, par son gisement et sa structure, n'a aucune espèce de rapport avec celui que M. de Roys a reconnu dans la montagne de Train.»

M. BAUDOUIN appelle l'attention de l'Académie sur un phénomène d'acoustique qu'il a eu occasion d'observer pendant le jeu de la machine à sécher le linge établie dans la blanchisserie d'Ivry. La machine, en tournant sur son axe, projette autour d'elle l'eau dont le linge était chargé, et les gouttes qui s'échappent de tous côtés viennent frapper une enveloppe extérieure en métal. Il se produit ainsi un son dont l'acuité croît avec la rapidité de la rotation : or, suivant l'auteur de la Note, ces changements de son, au lieu d'avoir lieu par degrés insensibles, se feraient entre certaines limites, par le saut brusque d'une note à une autre. M. Baudouin assure que le fait a été constaté plusieurs fois, et il ajoute que le propriétaire de l'établissement est disposé à mettre l'appareil à la disposition de l'Académie, si elle jugeait nécessaire de faire répéter l'expérience.

(Commissaires, MM. Arago, Puissant, Duhamel.)

M. FREMONT adresse un lemme sur lequel il a fondé une nouvelle *théorie des parallèles* qu'il se propose de soumettre ultérieurement au jugement de l'Académie.

M. Sturm est invité à prendre connaissance de cette Note.

M. MARESCHAL adresse un supplément à un Mémoire précédemment présenté, concernant le *système métrique*.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. COULVIER-GRAVIER présente une nouvelle série d'observations relatives aux *étoiles filantes* considérées comme pouvant indiquer, par leur direction générale, les changements de temps qui devront survenir quelques jours plus tard.

M. BERRIAT, qui avait précédemment consulté l'Académie, au nom de la

municipalité de Grenoble, sur les moyens à prendre pour conserver aux eaux d'une source thermale qu'on se propose d'amener jusque dans cette ville, une grande partie de la chaleur qu'elles ont près de la source, adresse aujourd'hui les résultats d'expériences qui ont été faites dans ce but, sur une substance que l'on représente comme mauvais conducteur de la chaleur.

(Commission précédemment nommée.)

M. VIAU prie l'Académie de hâter le travail de la Commission chargée de l'examen d'un appareil qu'il a proposé pour soulever du fond les navires submergés.

(Cette Lettre est renvoyée à la Commission chargée de faire le Rapport.)

CORRESPONDANCE.

ACOUSTIQUE. — *Recherches expérimentales sur l'influence de l'élasticité dans les cordes vibrantes; par M. N. SIVART.*

« Il résulte de nos recherches, dit l'auteur en terminant son Mémoire, que pour avoir le nombre de vibrations que produit une corde tendue, il faut considérer cette corde dans deux états différents. On la suppose d'abord non élastique, mais soumise à la tension; on la suppose ensuite non tendue, mais élastique. La somme des carrés des nombres de vibrations pris dans chacune de ces hypothèses, est égale au carré du nombre de vibrations qu'exécutera la corde quand elle sera à la fois élastique et tendue. Il en est de ce dernier nombre comme de la résultante de deux forces perpendiculaires entre elles.

» Cette loi restant invariable pour toutes les tensions, depuis celles qui sont nulles jusqu'à celles qui rompent la corde, il s'ensuit qu'elle ne peut servir à faire connaître le moment où les forces moléculaires sont sur le point de céder. Tout ce que nous avons pu remarquer à cet égard, c'est que les vibrations deviennent de plus en plus faciles; et produisent un son d'autant plus intense et plus pur, que les charges sont plus fortes. Ainsi ces qualités se trouvent à leur plus haut degré au moment où la rupture va se faire.

» Cette observation donne lieu à la conjecture qui suit. Lorsque la charge est très-considérable, l'élasticité n'ajoute plus qu'un petit nombre de vibra-

tions à celui que fournit la tension; elle n'est plus, relativement, qu'une force extrêmement faible, et c'est alors seulement que le son acquiert toute sa pureté, comme nous venons de le dire. On sait, d'un autre côté, que les verges font entendre aussi des sons très-purs; et dans ce cas, au contraire, l'élasticité seule est en jeu. Ne serait-il donc pas permis de penser que la nature du son dépend de la combinaison des deux forces, et qu'elle est d'autant plus parfaite qu'une de ces deux forces a moins d'influence? S'il en est ainsi, il faut, pour obtenir des sons purs avec les cordes, employer celles qui ont le moins d'élasticité possible et qui, en même temps, peuvent être fortement tendues. Les cordes à boyau sont dans ce cas, et produisent en effet des sons d'un timbre beaucoup plus doux que celui des fils de métal.»

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur quelques résultats obtenus dans des forages récents.* (Extrait d'une Lettre de M. DEGOUSSÉE à M. Arago.)

« J'ai l'honneur d'annoncer à l'Académie que le puits que j'ai entrepris à l'hôpital général de Lille, à 1500^m environ de celui que j'avais précédemment exécuté à l'hôpital militaire de cette ville, présente les mêmes variations de produit que le premier. Il en diffère en ce que les eaux s'élèvent moins haut, quoique la surface du sol soit parfaitement horizontale.

» A l'hospice civil comme à l'hôpital militaire, j'ai rencontré l'eau jaillissante dans le calcaire carbonifère à 120^m de profondeur. Mais, pour obtenir une ascension plus forte, j'ai, sans quitter cette formation, poussé le sondage jusqu'à 170^m. N'ayant rencontré aucune fissure, le niveau de l'eau n'a pas varié par ce supplément d'approfondissement, que je me propose de continuer encore 10^m.

» Le plateau, qui part de Lagny et se prolonge avec des découpures jusqu'à la forêt d'Arminvillers, s'élève, au moulin de Saint-Léonard-La-Chapelle, jusqu'à 110^m au-dessus de la Marne. Entre les châteaux de Belle-Assise et de Ferrières se trouve dans le terrain un pli, inférieur au point culminant de 30^m, et de 80^m au-dessus de la rivière. J'y ai exécuté le mois dernier trois forages de 3 et 9^m de profondeur. Chacun d'eux donne de l'eau jaillissante au-dessus du sol. Ils sont placés à 40^m de distance l'un de l'autre. Depuis quinze ans que j'exécute des sondages, c'est le premier résultat obtenu sur un point aussi culminant.

» Chargé récemment par le prince de Hesse-Hombourg de faire des sondages dans la chaîne du Taunus, j'ai obtenu dans les argiles schisteuses,

à 68, 90 et 120 mètres de profondeur, trois fontaines, l'une gazeuse et les deux autres minérales.

» Je termine cette Note en vous adressant les résultats acquis par plusieurs sondages, exécutés à Paris et aux environs sur le gisement de la craie.

Rive droite de la Seine...	{ A la petite Villette, n° 84, la craie se présente à....	157 mètres.
	{ Dans le fossé N.-O. du château de Vincennes.....	102
	{ Au faub. St.-Antoine, au coin de la rue de Montreuil.	99
	{ Aux Batignolles.....	85
	{ Au bazar du boulevard Bonne-Nouvelle.....	80
	{ Aux Bains chinois.....	80
	{ A Auteuil	12
Rive gauche...	{ A Boulogne.....	8
	{ A Creteil.....	78 mètres.
	{ Rue du Jardin du Roi, à Paris.....	48
	{ Barrière d'Italie.....	65
	{ Au val Fleury.....	18

M. *Degousée* transmet de plus une lettre qui lui a été adressée du grand oasis de Thèbes, par **AIME-BEY**, directeur des mines d'Égypte, occupé en ce moment du projet de rétablir quelques-uns des puits forés ouverts par les anciens au pied de la chaîne lybique.

« Chargé par le pacha de la direction des fabriques de produits chimiques » et des travaux relatifs aux mines, j'ai dû, dit Aime-Bey, créer des établis- » sements dans des lieux où souvent l'eau potable manque. Dans divers » oasis de la chaîne lybique, il n'y a ni sources ni rivières et il n'y pleut » jamais. Si ces pays ont aujourd'hui quelques habitants, bien peu nom- » breux comparativement à leur ancienne population, c'est qu'il y existe » encore quelques fontaines forées faites il y a plusieurs milliers d'années; » mais le plus grand nombre de ces fontaines est en ruines, et le peu qui » en resté se détériore journellement, ce qui, avec le temps, doit éloi- » gner forcément toute population de ces contrées si l'on n'y porte re- » mède; par ce motif, j'ai fait faire divers sondages pour reconnaître les » terrains qu'il y a à traverser pour arriver jusqu'à la masse d'eau qui, de » temps immémorial, alimente ces fontaines. Aujourd'hui je suis fixé sur » ce point..... »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un aérolithe tombé aux environs de Berrias (Lozère).*

— Extrait d'une Lettre de M. J. DE MALBOS à M. Élie de Beaumont.

« Le 15 juin 1821, environ 3 heures après midi, j'aperçus un globe de

feu qui tombait avec une vitesse extraordinaire du côté d'Entraigue, à 9 lieues de distance de Berrias; cette marche si rapide, dans une direction presque verticale, me fit présumer que c'était un aérolithe, et une explosion semblable au bruit d'un tonnerre lointain, qui se fit entendre environ quatre minutes après, me confirma dans cette opinion.

» J'écrivis à Aubenas pour que l'on fit des recherches, et au bout de quelques jours, un aérolithe de 225 livres fut trouvé à Juvinas, à 5 pieds de profondeur, dans un sol très-pierreux; un fragment considérable se voit à Paris, au Muséum d'Histoire naturelle; j'envoyai à M. Biot un rapport très-détaillé, qui fut lu à l'Académie des Sciences par M. Delambre.

» Avant-hier 3 juin, à 9 heures 5 minutes du soir, j'aperçus un globe de feu rougeâtre, ayant à peu près la grandeur apparente de la Lune, qui tombait à l'ouest dans la direction des montagnes de la Lozère.

» A sa marche si rapide je jugeai, comme en 1821, que c'était un aérolithe.

» Tous les objets étaient vivement éclairés.

» Je me rendis de suite à l'extrémité d'une prairie, où, loin du bruit, je pouvais mieux entendre l'explosion: après environ six minutes un roulement semblable à celui d'un tonnerre lointain, retentit dans la direction de Villefort, à droite de la montagne de Bares, au delà de laquelle le globe de feu avait disparu.

» Je ferai observer que le bruit produit par l'explosion de l'aérolithe de 1821 était aussi semblable au roulement du tonnerre, et qu'il fut répété par l'écho produit par les montagnes du Coiron.

» Comme il était nuit, je n'ai pu observer la vapeur qui se forme sans doute à l'endroit où se produit l'explosion; dans l'aérolithe de 1821, un long ruban d'environ 6 pouces de largeur apparente, se dessina à quelques degrés au nord du zénith, où j'avais commencé à apercevoir l'aérolithe qui resta plus d'un quart d'heure à s'évanouir.

» Comme en 1821, le vent du nord-est soufflait, et quelques nuages rares traversaient l'horizon.»

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un météore lumineux observé le 3 juin à Mende (Lozère).* — Extrait d'une Lettre M. P. DE MONDESIR, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, à M. Arago.

« Je m'empresse de vous adresser quelques renseignements sur un phé-

nomène dont vient d'être témoin la ville de Mende (département de la Lozère).

» Hier soir, 3 juin, à neuf heures moins quelques minutes, un coup de vent violent et instantané passa sur la ville venant du nord-est. Une minute après environ, nous aperçûmes à peu près à notre zénith, un *bolide* ou globe de feu extrêmement brillant, qui traversait l'espace avec rapidité, suivant la direction du nord-est au sud-ouest. Ce météore n'atteignit pas l'horizon; nous l'avons vu se dissiper dans les airs et se résoudre en plusieurs petits globes lumineux qui s'éteignirent successivement. Cette disparition du météore a eu lieu, par rapport à la ville de Mende, sur une ligne inclinée d'environ 30° sur l'horizon. Son diamètre apparent était au moins aussi considérable que celui du Soleil; sa forme était un peu allongée, et il paraissait précédé dans sa marche d'une espèce de queue.

» La lumière qu'il projeta dans la ville en passant au-dessus de nos têtes était si vive, que nous aurions pu nous croire en plein jour pendant environ dix secondes.

» Environ *deux minutes* après l'extinction du météore, un bruit sourd et lointain s'est fait entendre, répété par les échos des montagnes et analogue au bruit du tonnerre. Le son venait précisément de la direction dans laquelle nous avons vu le météore s'éteindre. Chose remarquable, et que tous les habitants pourraient constater, c'est qu'en ce moment il n'y avait pas le plus petit nuage au ciel.

» Le coup de vent violent et instantané, l'apparition rapide d'un corps lumineux et la détonation lointaine, sont trois effets qui appartiennent sans doute au même phénomène et qui paraissent avoir été produits par la chute d'un puissant aérolithe.

» Dans cette hypothèse, d'après les données rapportées ci-dessus et la vitesse du son, on est porté à conclure que la détonation a eu lieu à une distance d'environ 40 kilom., au moment où le météore s'est séparé en plusieurs parties, et que l'aérolithe a dû tomber à 8 ou 10 lieues de Mende, dans la direction du sud-ouest.

» Si je parviens à recueillir ultérieurement d'autres données sur ce phénomène si remarquable, j'aurai l'honneur de vous les adresser. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un météore lumineux observé, le 3 juin, à Saint-Beauzire (Haute-Loire).* — Extrait d'une Lettre de M. DEYDIER à M. Arago.

« Votre zèle si connu pour tout ce qui peut intéresser la science, me

fait prendre la liberté de vous écrire pour vous faire part d'un phénomène dont j'ai été témoin ici, ainsi que plusieurs autres personnes. C'était vendredi dernier, 3 juin, à 9 heures du soir.

» Toutes les personnes qui étaient hors de leurs maisons furent tout à coup frappées par une grande lumière, qui, au premier abord, faisait l'effet de celle de la lune, lorsque celle-ci est pleine.

» C'était un météore présentant une surface d'une grandeur au moins égale à celle qu'offre la lune à l'œil, lorsqu'elle est dans cette phase.

» Dans la position où je me trouvais alors, il paraissait s'élever presque perpendiculairement de la terre, à environ 50 mètres loin de moi.

» Sa direction était du nord au sud. Arrivé à sa plus grande élévation, tout à coup une lumière éblouissante sort de son centre, et, traversant la partie du diamètre qui se trouvait du côté du nord, va former, sans faire perdre au météore sa forme ronde, une queue d'environ un mètre de longueur.

» C'est dans cet état que le météore parut s'abaisser à terre, à un quart de lieue environ de l'endroit d'où il avait paru s'être formé, répandant, jusqu'à ce qu'il fût entièrement évanoui, une lumière à laquelle on ne peut comparer que celle du soleil en plein midi, sur un espace de cent à cent cinquante pas environ de l'endroit qu'il traversait et de celui où il a disparu. »

M. DELARUE adresse un tableau des *observations météorologiques* faites à Dijon pendant le mois de mai, et un résumé mensuel des observations faites dans l'année précédente.

M. DARLU écrit relativement à un système de *télégraphie nocturne* qu'il a soumis précédemment au jugement de l'Académie.

M. JEAN-MAIRE adresse un procès-verbal des expériences faites à Caen sur une *machine à vapeur à mouvement rotatif continu*, inventée et construite par lui.

M. COURBEBASSE, qui avait adressé précédemment un Mémoire sur un *nouveau procédé d'application de la vapeur à la navigation*, annonce qu'il transmettra prochainement le résultat d'expériences entreprises dans le but de constater l'efficacité de ces procédés, et demande que la Commission à

l'examen de laquelle a été renvoyé son travail, n'en fasse l'objet d'un Rapport qu'après avoir reçu ces nouveaux documents.

M. DE LA ROQUETTE, ancien consul de France en Norvège, annonce qu'un observatoire va être construit à *Drontheim*, et que la Société des Sciences de cette ville a pris les dispositions nécessaires pour qu'on y fasse un ensemble d'observations météorologiques et magnétiques. Sous les auspices de la même Société vont être publiées prochainement une Géologie, une Flore et une Faune de la Norvège.

M. BONAFOUS écrit qu'à l'occasion des fêtes du mariage du prince héréditaire de Savoie, M. *Comaschi* a fait à Turin une *ascension aérostatique*, dans laquelle, s'il n'y a pas eu quelque erreur dans l'observation du baromètre, M. *Cómaschi* se serait élevé à 9474 mètres au-dessus du niveau de la mer; la différence de température observée entre les stations inférieure et supérieure, semblerait indiquer une moindre hauteur.

M. EVRAT, directeur du matériel de l'administration de la guerre, écrit relativement à un Rapport qu'il suppose avoir été fait récemment à l'Académie sur un nouveau système de *ventilation* proposé par M. *Leblanc*, pour l'assainissement des casernes, prisons, écuries, etc.

Le travail de M. *Leblanc* n'a pas encore été l'objet d'un Rapport, et est relatif, d'ailleurs, non pas au moyen de renouveler l'air dans les lieux habités, mais à celui de constater l'altération que cet air subit par suite de la respiration de l'homme et des animaux, de la combustion, etc.

M. DUMAS annonce que le Mémoire de M. *Leblanc*, où se trouvent réellement des indications qui peuvent être utiles à l'administration, sera imprimé prochainement, et que l'auteur s'empressera sans doute d'en adresser un exemplaire à M. le directeur du matériel de l'administration de la guerre.

L'Académie a reçu les observations de diverse nature que M. ROCHET-D'HÉRICOURT a faites dans son voyage de Paris à la mer Rouge.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouveau système de compensation dans les horloges.* — Extrait d'une Lettre de M. OLTRAMARE à M. Arago.

« L'emploi du balancier compensé entraîne, dit M. Oltramare, plusieurs

inconvenients dont les principaux sont de n'être pas toujours d'équilibre aux diverses températures auxquelles il est exposé, d'être déformé par la force centrifuge, de déplacer l'air ambiant par ses masses. De là l'invention du régulateur à tourbillon et des divers échappements à remontoir ou impulsion constante, moyens très-complicqués, et qui ne sont pas eux-mêmes exempts d'inconvenients. C'est pour y remédier que dans le chronomètre que j'ai exécuté, j'ai employé un balancier d'une seule pièce, et appliqué la compensation au ressort régleur sans changer sa forme ni sa longueur; par conséquent sans altérer sa propriété de rendre isochrônes les oscillations du balancier d'étendues différentes. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les phénomènes crépusculaires*; par M A. BRAVAIS, professeur d'Astronomie à la Faculté des Sciences de Lyon. (Extrait par l'auteur.)

« Dans le but de comparer certains phénomènes météorologiques des contrées boréales avec ceux qu'on avait observés sur de hautes montagnes, nous avons séjourné, M. Martins et moi, du 17 juillet au 5 août 1841, sur le sommet du Faulhorn, qui s'élève à 2683 mètres au-dessus de la mer. L'étude des phénomènes crépusculaires nous a occupés dans les rares soirées où nous pûmes les étudier. Ces observations, réunies à celles d'autres météorologistes et soumises au calcul, m'ont conduit aux résultats suivants :

» La coloration en rose de l'atmosphère commence avant le coucher astronomique apparent du soleil, lorsque le centre de cet astre est environ à 1° de hauteur au-dessus de l'horizon. L'arc qui limite cette lueur rouge (*arc anti-crépusculaire* de Mairan) se lève à l'horizon au moment du coucher apparent, passe au zénith, dans nos climats, 25 à 30 minutes après, et emploie le même temps pour atteindre l'horizon occidental.

» La coloration rosée peut se prolonger accidentellement au-delà de l'heure du coucher de cet arc; cette seconde coloration est alors une réverbération de la première.

» Le pouvoir de réfléchir vers l'observateur les rayons rouges qui teignent l'atmosphère au coucher du soleil, n'appartient qu'aux couches inférieures de l'atmosphère, jusqu'à une hauteur verticale d'environ 10,000 mètres. Cette limite est plus basse vers les cercles polaires, et probablement plus élevée vers l'équateur; elle mesure la hauteur du segment *anti-crépusculaire*; l'angle de ce segment est émoussé par l'effet de la forte absorption

qu'exercent sur les rayons solaires les couches atmosphériques les plus basses. Cette réflexion des rayons rouges provient de la vapeur d'eau qui se trouve mélangée avec l'air, probablement sous forme de globules aqueux ou d'aiguilles de glace flottants çà et là, et non coordonnés en nuages.

» En ce qui concerne le crépuscule astronomique ordinaire, je trouve que la courbe qui limite la région atmosphérique directement éclairée par le soleil, et la sépare du premier crépuscule, est plus distincte sur les montagnes que dans la plaine : on peut même, pendant les nuits sereines des hautes montagnes, suivre les phases de rotation de la deuxième courbe crépusculaire, de celle qui sépare le premier crépuscule du second. Les hauteurs de l'atmosphère conclues de l'observation de ces deux ordres de phénomènes sont sensiblement égales entre elles. »

M. **LEGRIS** adresse le modèle d'une *pépite* d'or, ou plutôt d'un lingot du poids de 871^{gr},125, trouvé en 1839 dans un champ de blé, dans la commune de Reterre (Creuse).

M. **GAUBERT** écrit de nouveau relativement à l'appareil typographique dont l'invention fait, entre lui et M. *Mazure*, le sujet d'une discussion.

M. **ARCHIGÈNES**, médecin attaché à l'ambassade ottomane, demande, au nom d'*Emin-Pacha*, directeur de l'École militaire de Constantinople, si la science a quelque explication à donner du calme qu'on dit régner constamment dans l'atmosphère au moment qui précède un tremblement de terre.

M. **L'HERMITE** demande à reprendre un Mémoire qu'il avait précédemment adressé, et sur lequel il n'a pas encore été fait de rapport.

M. l'Hermite est autorisé à reprendre son Mémoire au secrétariat.

L'Académie accepte le dépôt de trois paquets cachetés présentés par MM. **CAZNAUD**, **FAURE** et **NOSEDA**.

La séance est levée à cinq heures.

A.

ERRATA. (Séance du 6 juin.)

Page 864, lignes 3 et 4, *au lieu de la moins sible, lisez la moins élevée possible.*

Au tableau, page 869, analyses XV et XVI, 4^e colonne, *supprimez 5000^{m.cub.}, o.*

Id., colonne 5, *au lieu de écurie fermée à l'École militaire, chev.⁹ légers,*
lisez chevaux.⁹

Id., *au lieu de air asphyxiable par la combustion du charbon. — Acide carbonique 3,1, lisez 31,0.*

Id., colonne 3, *au lieu de oxygène sur 10000, lisez oxygène sur 1000.*

Id., colonne 6, *atmosphères artificielles, au lieu de hydrogène carboné, lisez hydrogène carboné sur 1000.*

Page 878, ligne 21, M de Haldat, à Namur, *lisez à Nancy.*

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences;
1^{er} semestre 1842, n° 23.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences;
2^e semestre 1841; 1 vol. in-4°.

Annales de Chimie et de Physique; 3^{me} série, tome IV; avril 1842; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome VIII, nos 16 et 17; in-8°.

Recueil de la Société polytechnique; avril 1842; in-8°.

Matériaux pour servir à l'hypsométrie des Alpes apennines; par M. CH. MARTINS; in-4°.

Annales des Sciences géologiques; avril 1842; in-8°.

Nouvelles Annales de Mathématiques, journal des candidats aux Écoles Polytechnique et Normale; par MM. TERQUEM et GERONO; mai 1842; in-8°.

Marine à vapeur; par M. LÉON DU PARC; 1 feuille in-8°.

Rapport adressé à l'Académie des Sciences sur un problème de Météorologie; par M. RULLAND DE SAINT-JEAN-D'ANGELY; demi-feuille in-4°, avec un tableau d'une feuille.

Année agrico-météorologique de 1841; par le même; 1 $\frac{1}{2}$ feuille in-4°.

Chemins de fer . . . Rapport de la Commission des procédés nouveaux pour les chemins de fer, présidée par M. TEICHMANN, sur les courbes à petit rayon (système Laignel), courbe établie près de Malines; in-4°.

The journal . . . Journal de la Société royale de Géographie; vol. II, partie 2^e; in-8°.

Kritische . . . Exposition de l'état actuel de la Lithotritie; par M. V. SVANCHICH; Vienne, 1842; in-8°.

Astronomische . . . Nouvelles astronomiques de M. SCHUMACHER; n° 449; in-4°.

Über das . . . Sur l'Albumine des végétaux; par MM. SCHLEIDEN et VOGEL; (Extrait des *Actes de l'Académie Léopoldine des curieux de la nature*.)

Beitrag . . . Essai sur l'Anatomie des Cactes; par M. SCHLEIDEN, avec 10 planches coloriées; in-4°. (Extrait des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Saint-Petersbourg*.)

Sulle . . . *Sur les fonctions de la Rate*; par M. C. MAGGIORANI; Rome, 1842;
in-8°.

Il Filocamo . . . *Journal médico-scientifique et d'éducation*; n° 5 à 7, in-4°.

Gazette médicale de Paris; n° 24.

Gazette des Hôpitaux; n° 68 à 70.

L'Expérience; n° 258.

L'Examineur médical; n° 24.

L'Écho du Monde savant; nos 736 et 737.

